



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

**ПРЕДПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН
для учащихся инженерных классов (11 класс) города Москвы**

*Консультация «Решение задач по теоретической части
предпрофессионального экзамена»
(Информатика)*

Авторы: *Калмыков Ю.В., старший преподаватель кафедры «Основы математики и информатики» СУНЦ МГТУ им. Н.Э. Баумана
Митрофанов М.С., ассистент кафедры «Основы математики и информатики» СУНЦ МГТУ им. Н.Э. Баумана*

Москва – 2018

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Правило перевода из произвольной системы счисления в десятичную

Для того, чтобы перевести число из произвольной системы счисления в десятичную систему счисления, нужно сложить все произведения каждой цифры числа на основание системы счисления в степени соответствующего разряда.

Пример

$$1101_2 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 = 1 + 0 + 4 + 8 = 13_{10}$$

Правило перевода целого числа из десятичной системы счисления в произвольную:

1. Последовательно делим данное число и получаемые целые частные (выраженные цифрами десятичной системы) на основание новой системы счисления до тех пор, пока частное не станет равным нулю.
2. Полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, выражаем цифрами алфавита этой системы.
3. Составляем число в новой системе счисления, записав полученные остатки в обратной последовательности (т.е. начиная с последнего остатка).

Пример 1.

Перевести число 173_{10} в восьмеричную систему счисления.

$$\begin{array}{r} \underline{173} \quad | \quad 8 \\ \underline{168} \quad | \quad 21 \quad 8 \\ \underline{5} \quad | \quad 16 \quad 8 \\ \underline{5} \quad | \quad 2 \quad 8 \\ \underline{0} \quad | \quad 0 \\ \underline{2} \end{array}$$

←

Ответ: 255_8

Можно записать по-другому.

173	8	5	↑
21	8	5	
2	8	2	
0			

Ответ: 255_8

Пример 2.

Перевести число 173_{10} в шестнадцатеричную систему счисления.

$$\begin{array}{r|l} 173 & 16 \\ \hline 160 & 10 \\ \hline 13 & \end{array}$$

Пример 2.

Перевести число 173_{10} в шестнадцатеричную систему счисления.

$$\begin{array}{r|l} 173 & 16 \\ \hline 160 & 10 \\ \hline \cancel{13} & \mathbf{D} \end{array}$$

Пример 2.

Перевести число 173_{10} в шестнадцатеричную систему счисления.

173	16	
160	10	16
<hr/>	0	0
D		
	<hr/>	
	10	

Пример 2.

Перевести число 173_{10} в шестнадцатеричную систему счисления

173	16	
160	10	16
<hr/>	0	0
D	0	
	<hr/>	
	10	A

Пример 2.

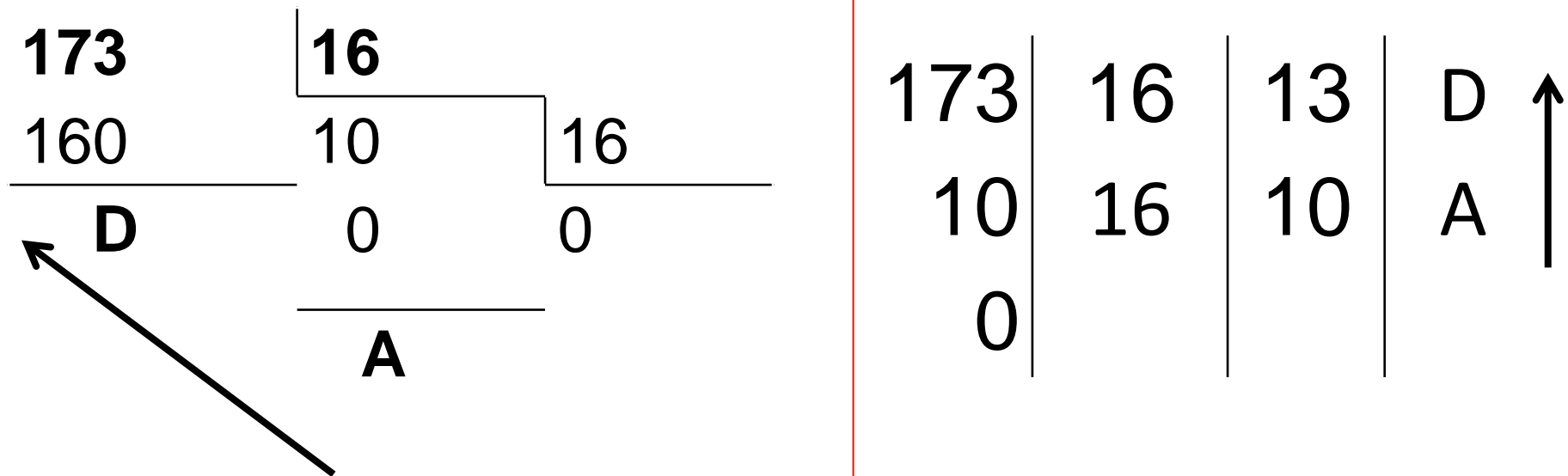
Перевести число 173_{10} в шестнадцатеричную систему счисления

173	16	
160	10	16
<hr/>	0	0
D	<hr/>	
	A	

Ответ: AD_{16}

Пример 2.

Перевести число 173_{10} в шестнадцатеричную систему счисления



Ответ: AD_{16}

Для перевода числа из десятичной системы счисления в двоичную существует еще один способ.

При этом способе надо десятичное число представить суммой чисел, которые являются степенями двойки.

Если число есть в сумме, то на место соответствующего разряда в двоичной записи поставить 1, иначе поставить 0.

$$2^0 = 1$$

$$2^3 = 8$$

$$2^6 = 64$$

$$2^9 = 512$$

$$2^1 = 2$$

$$2^4 = 16$$

$$2^7 = 128$$

$$2^{10} = 1024$$

$$2^2 = 4$$

$$2^5 = 32$$

$$2^8 = 256$$

Пример 4.

Перевести число 173_{10} в двоичную систему счисления.

128	64	32	16	8	4	2	1
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

$$173 = 128 + 45$$

Пример 4.

Перевести число 173_{10} в двоичную систему счисления.

128	64	32	16	8	4	2	1
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1							

$$173 = 128 + 45$$

Пример 4.

Перевести число 173_{10} в двоичную систему счисления.

128	64	32	16	8	4	2	1
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	0	1	0				

$$173 = 128 + 45 = 128 + 32 + 13$$

Пример 4.

Перевести число 173_{10} в двоичную систему счисления.

128	64	32	16	8	4	2	1
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	0	1	0	1	1	0	1

$$\begin{aligned} 173_{10} &= 128 + 45 = 128 + 32 + 13 = \\ &= 128 + 32 + 8 + 4 + 1 = 10101101_2 \end{aligned}$$

Если число близко к степени 2

Пример 5

Перевести число 517 в двоичную систему счисления

Решение

- $517 = 512 + 5$
- $512 = 2^9 = 1000000000_2$
- $5 = 101_2$
- Соответственно, при сложении единицы добавятся в нулевой и второй разряд
- Получим 1000000101_2

Если число близко к степени 2

Пример 6

Перевести число 507 в двоичную систему счисления

Решение

- $507 = 512 - 1 - 4$
- $512 = 2^9 = 1000000000_2$
- $512 - 1 = 2^9 - 1 = 111111111_2$
- $4 = 100_2$
- Соответственно, при вычитании единица удалится из второго разряда
- Получим 111111011_2

Родственные системы счисления

Системы счисления называют родственными, когда их основания являются степенями одного числа. Например, 2, 4, 8, 16.

10	2	4	8	16
0	0000	000	00	0
1	0001	001	01	1
2	0010	002	02	2
3	0011	003	03	3
4	0100	010	04	4
5	0101	011	05	5
6	0110	012	06	6
7	0111	013	07	7
8	1000	020	10	8
9	1001	021	11	9
10	1010	022	12	A
11	1011	023	13	B
12	1100	030	14	C
13	1101	031	15	D
14	1110	032	16	E
15	1111	033	17	F

- Для перевода из двоичной системы следует разбить число на двойки (4-я), тройки (8-я) или четвёрки чисел (16-я), а затем подменить на соответствующие значения.
- $110100101_2 = 01.10.10.01.01 = 12211_4$
- $110100101_2 = 110.100.101 = 645_8$
- $110100101_2 = 0001.1010.0101 = 1A5_{16}$
- Переход из одной родственной системы в другую осуществляется транзитом через наименьшее основание, в нашем случае через двойку

- Понятно, что все эти рассуждения применимы и для систем счисления
- 3, 9, 27, 81
- 5, 25, 125
- и т.п.

Пример из демонстрационного варианта

- Играя в интерактивный квест, команда должна была открыть сейф с цифровым кодовым замком. Найдя подсказки, команда выяснила, что кодом является наименьшее четырёхзначное шестнадцатеричное число, двоичная запись которого содержит ровно 9 нулей. Команда справилась с заданием. Какой код она подобрала? В ответе запишите шестнадцатеричное число (основание системы счисления указывать не нужно).

- Очевидно, что здесь родственные системы 2-я и 16-я.
- Так как число четырёхзначное в шестнадцатеричной системе счисления, то в двоичной его можно представить в виде
- abcd efgh ijkl mnop
- Так как число должно быть минимальным, то нули должны располагаться как можно левее.
- 1 0000 0000 0111₂
- 1007₁₆

Соответственно, если необходимо найти максимальное число, то наоборот минимальные цифры смещаем вправо, а максимальные – влево.

Рассмотрим модификацию этой задачи

- Играя в интерактивный квест, команда должна была открыть сейф с цифровым кодовым замком. Найдя подсказки, команда выяснила, что кодом является минимальное нечётное четырёхзначное число в девятеричной системе счисления, троичная запись которого содержит одну двойку и три значащих нуля. Команда справилась с заданием. Какое значение кода она получила? Ответ приведите в троичной и девятеричной системах счисления.

- Очевидно, что здесь родственные системы 3-я и 9-я.
- Так как число четырёхзначное в девятеричной системе счисления, то в троичной его можно представить в виде
- $ab\ cd\ ef\ gh$
- Так как число должно быть минимальным, то нули должны располагаться как можно левее, а двойка правее (но не забыть, что число - нечётное).
- $1\ 00\ 01\ 12_3$
- 1015_9

Соответственно, если необходимо найти максимальное число, то наоборот минимальные цифры смещаем вправо, а максимальные – влево.

Признаки чётности в различных системах счисления

- В системах счисления с **чётным** основанием чётными являются числа, **последняя цифра** которых делится на 2 без остатка
- В системах счисления с **нечётным** основанием чётными являются числа, **сумма цифр** которых делится на 2 без остатка

Задачи на множества

Круги Эйлера

Задачи на множества

Круги Эйлера

Пример 1

Каждая семья из нашего дома выписывает газету или журнал, или и то и другое. 27 семей выписывают журналы, 75 семей – газеты. Лишь 13 семей и журналы, и газеты.

Сколько семей в доме?

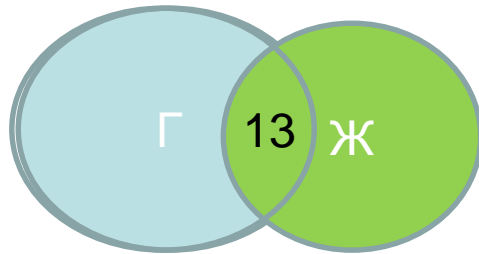
Задачи на множества

Круги Эйлера

Пример 1

Каждая семья из нашего дома выписывает газету или журнал, или и то и другое. 27 семей выписывают журналы, 75 семей – газеты. Лишь 13 семей и журналы, и газеты.

Сколько семей в доме?



$$Г=75, Ж=27$$

$$\text{Только газеты} = 75-13=62$$

$$\text{Только журналы} = 27-13=14$$

$$\text{Всего } 62+14+13=89 \text{ семей}$$

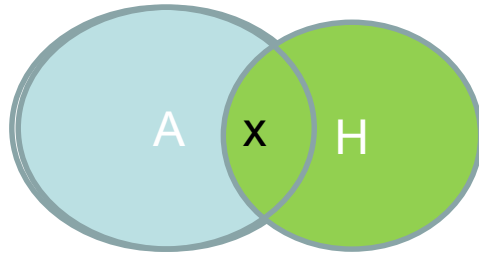
Пример 2

(из демонстрационного варианта)

Поток из 100 студентов сдавал экзамены. 88 студентов сдали английский язык, 71 студент сдали немецкий язык, 11 студентов не сдали ни одного экзамена. Какое количество студентов сдало экзамены и по английскому, и по немецкому языкам?

Решение

Похоже на предыдущую задачу



$A=88$, $H=71$. Так как 11 не сдавало, то всего сдавало $100-11=89$

Только английский = $88-x$

Только немецкий = $71-x$

Всего $(88-x)+(71-x)+x=89 \Rightarrow 159-x=89$

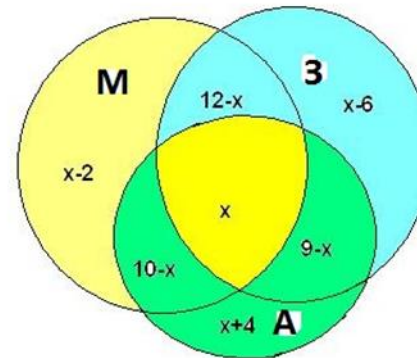
Ответ $x=70$

Пример 3

В классе 30 человек. 20 из них коллекционируют марки, 15 — значки, 23 — автографы, 10 — и марки, и автографы, 12 — и марки, и значки, 9 — и автографы, и значки. Сколько человек коллекционируют и марки, и значки, и автографы?

Решение

Для решения воспользуемся кругами Эйлера:



Пусть x человек коллекционируют и марки, и значки, и автографы. Тогда коллекционируют

только марки и автографы — $(10 - x)$ человек,

только значки и автографы — $(9 - x)$ человек,

только марки и значки — $(12 - x)$ человек.

Найдём, сколько человек коллекционируют только марки:

$$20 - (12 - x) - (10 - x) - x = x - 2$$

Аналогично получаем: $x - 6$ — только значки и $x + 4$ — только автографы, так как всего 30 человек, составляем уравнение:

$$x + (12 - x) + (9 - x) + (10 - x) + (x + 4) + (x - 2) + (x - 6) = 30.$$

Отсюда $x = 3$.

Вероятностный подход к определению количества информации

За единицу измерения информации принимается уменьшение неопределённости знаний человека в 2 раза.

Эта единица называется **битом** и является минимальной единицей информации.

Существует формула, которая связывает между собой количество возможных событий и количество информации.

$$N = 2^I ,$$

где

N — количество возможных вариантов,

I — количество информации.

Если из этой формулы выразить количество информации, то получится

$$I = \log_2 N.$$

Неравновероятные события

В жизни же мы сталкиваемся не только с равновероятными событиями, но и событиями, которые имеют разную вероятность реализации.

Например:

*Если в мешке лежат **20 белых шаров** и **5 черных**, то вероятность достать чёрный шар меньше, чем вероятность вытаскивания белого.*

Как вычислить количество информации в сообщении о таком событии?

Для этого необходимо использовать следующую формулу:

$$I = \log_2 \frac{1}{p} = -\log_2 p$$

где

I – количество информации,

p - вероятность события.

Пример 1

- *В корзине лежат 8 мячей разного цвета (красный, синий, желтый, зеленый, оранжевый, фиолетовый, белый, коричневый). Какое количество информации несет в себе сообщение о том, что из корзины будет вынут мяч красного цвета?*
- *Решение.*
- Так как возможности вынуть мяч каждого из возможных цветов равновероятны, то для определения количества информации, содержащегося в сообщении о выпадении мяча красного цвета, воспользуемся формулой $I = \log_2 N$.
- Имеем $I = \log_2 8 = 3$ бита.
- *Ответ: 3 бита.*

Пример 2

- *В корзине лежат 8 черных шаров и 24 белых. Сколько информации несёт сообщение о том, что достали чёрный шар?*
- Решение:
- $8+24=32$ – общее количество шаров в корзине;
- $8/32 = 0,25$ – вероятность того, что из корзины достали чёрный шар;
- $I = -\log_2 0,25 = -(-2) = 2$ бита.

- Ответ: 2 бита

Информационная энтропия

- *В кибернетике используется понятие информационной энтропии, которая определяется формулой*

$$H = - \sum_i p_i \log_2 p_i$$

- *где
H - информационная энтропия,
p_i - вероятность каждого из возможных исходов.*

Пример из демонстрационного варианта

- *В корзине лежат **36 клубков шерсти**, из них **9 красных**, **18 синих** и **9 зелёных**. Какова информационная энтропия сообщения о том, что случайно выбран 1 клубок?*
- Решение
- Информационная энтропия

$$H = - \sum_i p_i \log_2 p_i$$

- $9/36 * \log_2(9/36) + 18/36 * \log_2(18/36) + 9/36 * \log_2(9/36) = 2/4 + 1/2 + 2/4 = 1,5$

Прочие задачи

Пример из демонстрационного варианта

Прибор регистрирует количество людей, прошедших через рамку металлоискателя путём добавления этого количества к величине, хранящейся в памяти сумматора. Каждый час (в момент времени nm часов 00 минут 01 секунда) число из сумматора выводится на печать. За 1 января 2017 года распечатка содержит следующий набор данных:

20512	20612	20662	20692	20699	20753	20756	20759
20766	20777	20777	20781	20789	20790	20811	20812
20819	20821	20832	20835	20842	20849	20853	20891

Сколько человек зарегистрировал прибор за период с 7 утра до 7 вечера 1 января 2017 года?

Решение

На начало 7-го часа (07:00:00) было зарегистрировано 20756 человек, на конец 18-го часа, то есть в 19 часов – 20832 человек

$$20832 - 20756 = 76 \text{ человек}$$

Ответ 76